

台南一中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、填充題（每格 5 分，共 70 分）

1. 解方程式：

(1) $|-2x + 1| = 7$ ，則 $x =$ _____。(有 2 解)

(2) $|x + 3| + 2|x - 2| = 8$ ，則 $x =$ _____。(有 2 解)

(3) $3^{2x} - 82 \times 3^{x-1} + 9 = 0$ ，則 $x =$ _____。(有 2 解)

(4) $2 \log 80 - 3 \log x + 1 = 0$ ，則 $x =$ _____。

2. 計算 $\log \frac{\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{25}} =$ _____。

3. 滿足不等式 $|ax + 1| \geq b$ 之 x 範圍為 $x \geq 4$ 或 $x \leq -3$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

4. 無理數 $\sqrt{53 + 2\sqrt{31}}$ 介於整數 n 與 $n + 1$ 之間，則 $n =$ _____。

5. 若 $\sqrt{14 - 4\sqrt{10}} = n + b$ ，其中 $n \in \mathbb{N}$ ， $0 \leq b < 1$ ，則 $\frac{1}{b+6} - \frac{1}{b} =$ _____。

6. 設 $x > 0$ ，若 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，則 $\frac{x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} + 7}{x^2 + x^{-2} - 7} =$ _____。
7. 莊子天下篇：「一尺之棰，日取其半，萬世不竭。」小莊將一根 200 公分的木棒，每日截取一半長度丟棄，因此 1 天後剩 100 公分，2 天後剩 50 公分，3 天後剩 25 公分，……，若 n 天後長度不到 0.01 公分，則 n 的最小值為 _____。(已知 $\log 2 \approx 0.3010$)
8. 直角三角形三邊長為 3、4、5，則斜邊上一點到兩股距離之乘積的最大值為 _____。
9. 滿足不等式 $1 < ||x+3|-4| \leq 5$ 的整數 x 共有 _____ 個。
10. 已知 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$ ，若 $f(m) = 2$ ， $f(n) = 3$ ，則 $f(m+n) =$ _____。
11. $a = 11 + \sqrt{143} + \sqrt{171}$ ， $b = 12 + \sqrt{119} + \sqrt{172}$ ， $c = 24 + \sqrt{145}$ ，比較 a, b, c 之大小為 _____。

二、多選題（每題 8 分，共 16 分，8-5-2-0）

- () 1. 三個相異實數 a 、 b 、 c 滿足 $b = \frac{4}{5}a + \frac{1}{5}c$ ，如果將 a 、 b 、 c 標示在數線上，則
- (A) b 在 a 與 c 之間 (B) $c > b$ (C) 若 $d = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}c$ ，則 d 在 a 與 b 之間
- (D) a 到 c 的距離是 a 的 b 的距離的 5 倍 (E) 如果 $|b| = \frac{4}{5}|a| + \frac{1}{5}|c|$ ，則 $abc > 0$

- () 2. 已知 a 與 b 均為正數且 $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$ ，下列選項何者必正確？
- (A) $a \neq 1$ (B) $b \neq 1$ (C) $a > \frac{1}{b}$ (D) 若 $a > \frac{1}{a}$ ，則 $a > b$ (E) 若 $b > \frac{1}{b}$ ，則 $a > b$

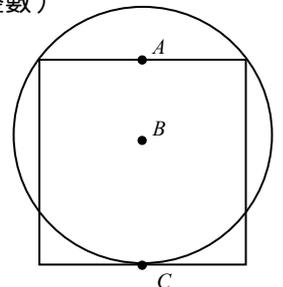
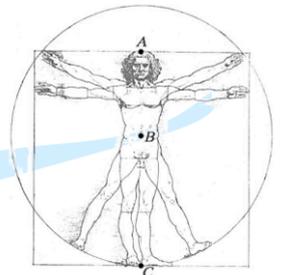
三、計算題（共 14 分）

1. 如右上圖，古希臘認為最美的身材比例要滿足 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \varphi$ （ A 為頭頂， B 為肚臍， C 為地面站立處； φ 讀作“phi”），這個比值 φ 稱為黃金比例。

- (1) 求出黃金比例 $\varphi = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若將 $\sqrt{5}$ 取其近似值 2.236，則 φ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(以下二題的 φ 之值皆以此題所得數據計算)

- (3) 高大帥身高為 180 公分，他的肚臍到腳底的距離為 110 公分，穿上新買的籃球鞋後剛好達成黃金比例，請問籃球鞋使其身高增加 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分。
- (4) 某展覽館想仿照右圖作一巨型看板，設計師構圖時不慎將正方形上邊的兩頂點畫在圓上（如下圖， A 、 B 、 C 仍符合題幹之比例，但 B 點將不為圓心），若下圖正方形邊長為 10 公尺，即 1000 公分，則圓心在 B 點上方 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分（若有小數，則四捨五入至整數）



台南一中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、填充題

| | | | | |
|-----------|----------|---------------|---------------|----------------|
| 1.(1) | 1.(2) | 1.(3) | 1.(4) | 2. |
| 4 or - 3 | 3 or - 1 | 3 or - 1 | 40 | $-\frac{2}{3}$ |
| 3. | 4. | 5. | 6. | 7. |
| $(-2, 7)$ | 8 | -6 | $\frac{5}{8}$ | 15 |
| 8. | 9. | 10. | 11 | |
| 3 | 13 | $\frac{7}{5}$ | $c > a > b$ | |

二、多選題

| | |
|--------|--------|
| 1. | 2. |
| (A)(D) | (A)(D) |

三、計算題

| | | | |
|--------------------------|-------|-------|-------|
| 1.(1) | 1.(2) | 1.(3) | 1.(4) |
| $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ | 1.618 | 3.26 | 7 |