

台南女中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題（每題 5 分，共 30 分）

- () 1. 化簡 $\log \frac{1}{\sqrt{10}} - 10^{\log \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ 的值為下列哪一個選項？
 (1) 1 (2) 2 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{2}$ (5) $\frac{5}{2}$
- () 2. 化簡 $(\frac{27}{8})^{-\frac{1}{3}} \times (\frac{9}{4})^{\frac{1}{2}} \times (\sqrt[6]{4})^{-2} \times (0.5)^{\frac{4}{3}}$ 的值為下列哪一個選項？
 (1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{1}{4}$
- () 3. 滿足不等式 $2|x-4| + |x+2| \leq 21$ 的整數 x 共有幾個？
 (1) 15 個 (2) 16 個 (3) 17 個 (4) 18 個 (5) 19 個
- () 4. TNGS 抽取式衛生紙在包裝上標明抽數：200 抽（CNS 許可差 $^{+10}_{-6}$ 抽）。若以實數 x 表示抽數，則下列哪一個不等式可以表示該包裝抽數的範圍？
 (1) $|x-200| \geq 6$ (2) $|x-200| \leq 10$ (3) $6 \leq |x-200| \leq 10$ (4) $|x-202| \geq 8$ (5) $|x-202| \leq 8$
- () 5. 放射性物質的半衰期 T 定義為每經過時間 T ，該物質的質量會衰退成原來的一半。鉛製容器中有兩種放射性物質 A 、 B ，開始記錄時容器中物質 B 的質量為物質 A 的 4 倍，而 48 天後兩種物質的質量相同。已知物質 A 的半衰期為 12 天，請問物質 B 的半衰期為幾天？
 (1) 2 天 (2) 4 天 (3) 6 天 (4) 8 天 (5) 10 天
- () 6. 新冠病毒非常微小，僅約流感病毒的 10 分之 1，想要監測病毒 RNA 的濃度，就必須透過核酸複製技術（簡稱 PCR）多次複製特定基因，放大觀測，此技術每經過 1 次複製，病毒的核酸量擴增為原來的 2 倍；經多次複製後，再利用螢光偵測儀觀察，藉螢光強度估算體內病毒含量。循環數閾值（ C_t 值）是指核酸被複製 n 次之後，螢光強度達到可被偵測的閾值。例如 C_t 值為 20 表示核酸被複製 20 次之後，螢光強度才達可被偵測的閾值，此時病毒的核酸總量為原來的 2^{20} 倍。若芭比 Q 入院接受隔離治療時 C_t 值為 10，經治療一段時間後，此時再檢測 C_t 值為 30。設芭比 Q 剛入院時體內病毒的核酸總量為此時的 x 倍，則 x 最接近下列何者？（已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 4 \approx 0.6020$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ）
 (1) 10^6 (2) 2×10^6 (3) 3×10^6 (4) 4×10^6 (5) 5×10^6

二、多選題（每題 6 分，共 12 分，6-4-2-0）

- () 1. 下列各選項中的大小關係，哪些是正確的？
 (1) $\sqrt{10} - \sqrt{7} < \sqrt{8} - \sqrt{5}$ (2) $\frac{5\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}} < \frac{6\sqrt[3]{4}-5\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}}$ (3) $3^{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} + 3^{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} < 6$
 (4) $(\frac{1}{3})^{-2} < 10^{\log 8}$ (5) $(\sqrt{4+\sqrt{7}})^3 + (\sqrt{4-\sqrt{7}})^3 < 20$
- () 2. 若 $\log 0.123 = -0.9101$ ，則下列敘述哪些是正確的？
 (1) $0.123 = 10^{-0.9101}$ (2) $\log 0.00123 = -2.9101$ (3) $123 = 10^{2.9101}$
 (4) $\log(123^2) = 4.1798$ (5) $1234 < 10^{3.0899}$

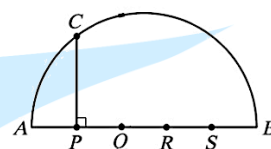
三、填充題（每題 6 分，共 48 分）

1. 設 $A(1)$ 、 $B(3)$ 為數線上兩點， $P(x)$ 為數線上另一點且 P 點不在 A 與 B 兩點之間，已知 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} = \frac{4}{3}$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 若 $3^{2x} = 5$ ，則 $\frac{3^{3x} - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} =$ _____。

3. 已知 a 為正數且 $\log a = 11.33$ ，則 a 的整數部分為 _____ 位數。

4. 如右圖，以 \overline{AB} 為直徑作半圓， P 、 Q 、 R 、 S 五等分直徑，點 C 在圓周上且 $\overline{CP} \perp \overline{AB}$ ，若 $\overline{AB} = 15$ ，則 $\overline{CP} =$ _____。



5. 設 x 為正整數且 $\log(\log x) = 3$ ，則 x 為 _____ 位數。

6. 已知實數 x 、 y 滿足 $x + y = \sqrt{3}$ ， $x^2 + y^2 = 5$ ，則 $(x^3 + y^3)^2 =$ _____。

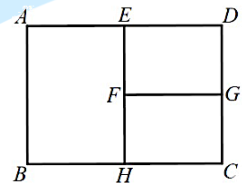
7. 不等式 $|2x - 1| < x$ 的解為 $a < x < b$ ，試求 $a + b =$ _____。

8. 已知聯立不等式 $\begin{cases} |x-a| > b \\ |2x-9| \leq 15 \end{cases}$ 的解為 $5 < x \leq 12$ ，若 a 的最大值為 A 。且當 a 等於最大值時， $b = B$ ，則數對 $(A, B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題（10 分）

如右圖（此為示意圖），如果矩形 $ABCD$ 能夠以某種方式分割成三個小矩形 $ABHE$ 、 $EFGD$ 、 $FHCG$ ，使得三個小矩形的長寬比與原矩形 $ABCD$ 的長寬比相等，則我們稱矩形 $ABCD$ 為「自相似三分割矩形」。已知 $\overline{DE} > \overline{DG}$ ， $\overline{FG} > \overline{CG}$ ， $\overline{AB} > \overline{AE}$ ，設最小矩形 $EFGD$ 的寬 \overline{DG} 為 x ，其中 $x > 0$ ，試回答下列問題。

- (1) 矩形 $ABCD$ 的長和寬之比值 $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ 為下列何者？
 _____ (1) $\frac{3}{2}$ (2) 2 (3) 3 (4) $\sqrt{2}$ (5) $\sqrt{3}$
- (2) 若矩形 $EFGD$ 的面積為 P ，矩形 $ABHE$ 的面積為 Q ，當 $x = \frac{1}{\sqrt{a}}$ 時， $P + \frac{1}{Q}$ 有最小值 \sqrt{b} ，其中 a 、 b 均為正整數，則 $ab = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



台南女中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(4)	(5)	(1)	(5)	(4)
6.				
(1)				

二、多選題

1.	2.
(1)(2)(5)	(1)(2)(4)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
9	4	12	6	1001
6.	7.	8.		
108	$\frac{4}{3}$	(1, 4)		

四、混合題

1.	2.
(4)	4