

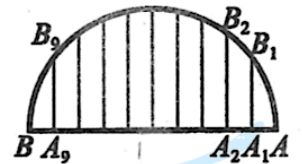
# 高雄女中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

## 一、是非題（每題 1 分，共 10 分）

- ( ) 1. 若  $a + b$ 、 $b + c$ 、 $c + a$  均為有理數。則  $a$  必為有理數
- ( ) 2. 存在互質的整數  $p$ 、 $q$  使得  $10^{\log 1.2} = \frac{q}{p}$
- ( ) 3. 若  $m < n$ ，且  $m$ 、 $n$  為有理數，則  $m < \frac{m+n}{3} < n$  必成立
- ( ) 4. 設  $a > 0$ ，且  $m$ 、 $n$  為實數，則  $a^{\frac{n}{m}}$  與  $a^{\frac{m}{n}}$  互為倒數
- ( ) 5. 不等式  $|x - 4| > 3$  與  $|-2x + 8| > 6$  的解相同
- ( ) 6.  $(-27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = -3$
- ( ) 7. 若  $a$  為正實數，則  $\log_{10} a$  亦是正實數
- ( ) 8. 已知  $\log a = 1.4$ ， $\log b = 2.4$ ， $\log c = 3.4$ ， $\log d = 4.4$ ，則  $d > a + b + c$
- ( ) 9.  $10^{\log 5} \times 10^{\log 7} = 10^{\log 35}$
- ( ) 10. 將數字 2987654 取兩位有效數字並以科學記號表示，可得  $3 \times 10^6$

## 二、單選題（每題 4 分，共 32 分）

- ( ) 1. 已知  $k$  為區間  $[1, 21]$  內的整數，且  $\frac{150+k}{180}$  是有限小數，求滿足此敘述的  $k$  值有幾個？  
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 以上皆非
- ( ) 2. 已知  $a$ 、 $b$  為有理數，且  $(0.\overline{21} + 5 \log 2)a + (0.\overline{14} - \log 2)b = 1.\overline{5} + 15 \log 2$ ，求  $a$  之值。  
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 以上皆非
- ( ) 3. 已知  $a$  是有理數，且  $x = (a - 2 + \sqrt{3})^2$  亦為有理數，求  $x$  之值。  
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 以上皆非
- ( ) 4. 在數線上滿足  $5 \leq |3x + 5| < 11$  的整數解  $x$  有幾個？  
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 以上皆非
- ( ) 5. 右圖是以  $\overline{AB}$  為直徑的半圓，且已知  $\overline{AB} = 10$ 。將  $\overline{AB}$  十等分後（即  $\overline{AA_1} = \overline{A_1A_2} = \dots = \overline{A_8A_9} = \overline{A_9A}$ ），在每個等分點做半圓相交的垂直線段，即  $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_2B_2}$ 、 $\dots$ 、 $\overline{A_9B_9}$ 。則  $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_2B_2}$ 、 $\dots$ 、 $\overline{A_9B_9}$  當中，有幾個線段的長度是有理數？  
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 以上皆非
- ( ) 6. 已知  $a = \sqrt{72} + \sqrt{88}$ ， $b = \sqrt{53} + \sqrt{107}$ ，則下列各數何者最大？  
(1)  $\frac{3a+b}{4}$  (2)  $\frac{a+3b}{4}$  (3)  $\frac{2a+b}{3}$  (4)  $\frac{a+\sqrt{3}b}{\sqrt{3}+1}$  (5)  $\frac{\sqrt{3}a+\sqrt{2}b}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
- ( ) 7. 一直角三角形的斜邊長為  $2\sqrt{3}$ ，則此直角三角形的面積最大值為多少？  
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 以上皆非
- ( ) 8. 已知  $3\sqrt{5} - 4\sqrt{20} - \sqrt{45} + 6\sqrt{80} = 2^a \times 5^b$ ，其中  $a$ 、 $b$  均為有理數，求  $ab$  之值為多少？  
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 以上皆非



二、填充題（每題 5 分，共 50 分）

1. 化簡  $(\frac{16}{25})^{-0.5} \times (\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}} \times (0.25)^{-1.5} \times (2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} =$  \_\_\_\_\_。
2. 已知  $4^a = 7$ ，求  $8^a - 2^{a+2}$  的值 = \_\_\_\_\_。
3. 已知  $x$  為實數且  $|x + \log 1000| = 3|x + \log 0.1|$ ，求  $x$  之值為 \_\_\_\_\_。
4. 已知  $2x - x^{-1} = 4$ ，則  $4x^2 + x^{-2}$  之值為 \_\_\_\_\_。
5. 放射性物質的質量隨時間逐漸衰減，且無論從何時算起，質量衰減為原來的一半所經過的時間均相同，稱為其半衰期。若已知放射性物質 10 年前有 320 公克，而如今有 10 公克。則距今 6 年後，此放射性物質剩下  $k$  公克，求最接近的  $k$  整數為 \_\_\_\_\_。
6. 設  $a = \log 2$ 、 $b = \log 3$ 、 $c = \log 11$ ，將  $10^{2a+c-b+1}$  之值取 4 位有效數字並以科學記號表示為 \_\_\_\_\_。
7. 已知  $5^a = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ ，求  $\frac{125^a + 25^a - 25^{-a} + 125^{-a}}{5^a + 5^{-a}}$  的值為 \_\_\_\_\_。

8. 已知正方形面積為  $15 - 2\sqrt{26}$ ，若此正方形邊長的小數部分為  $b$ ，求  $\frac{1}{b+2} =$  \_\_\_\_\_。
9. 已知  $10^{1.113941} \approx 12.9999296$ ， $10^{1.113942} \approx 12.9999595$ ， $10^{1.113943} \approx 12.9999895$ ， $10^{1.113944} \approx 13.0000194$ ， $10^{1.113945} \approx 13.0000493$ 。試求  $13^{100} - 1$  是幾位數 \_\_\_\_\_。
10. 已知  $a, b$  為正實數，且  $2a + b = 16$ ，求  $(2a + 1)(b + 1)$  的最大值為 \_\_\_\_\_。

#### 四、混合題（8分）

某生欲解此練習題：

設不等式  $|ax + 3| \leq b$  之解為  $-3 \leq x \leq 5$ ，求數對  $(a, b)$

他的解題步驟如下：

$$\begin{aligned}
 & |ax + 3| \leq b \\
 \text{(A)} & \Rightarrow -b \leq ax + 3 \leq b \\
 \text{(B)} & \Rightarrow -b - 3 \leq ax \leq b - 3 \\
 \text{(C)} & \Rightarrow \frac{-b-3}{a} \leq x \leq \frac{b-3}{a} \\
 \text{(D)} & \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b-3}{a} = -3 \\ \frac{b-3}{a} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = 3 \\ 5a - b = -3 \end{cases} \\
 \text{(E)} & \Rightarrow a = -3, b = -12
 \end{aligned}$$

但數對  $(-3, -12)$  並非正確答案。

- 請問哪個步驟開始出了問題？（3分）
- 試求出正確的數對  $(a, b)$ ，需寫出計算過程或說明原因。（5分）

# 高雄女中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

## 一、是非題

1.	2.	3.	4.	5.
○	○	×	×	○
6.	7.	8.	9.	10.
×	×	○	○	×

## 二、單選題

1.	2.	3.	4.	5.
(3)	(4)	(3)	(4)	(5)
6.	7.	8.		
(1)	(3)	(2)		

## 三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
120	$3\sqrt{7}$	0 或 3	20	1
6.	7.	8.	9.	10.
$1.467 \times 10^2$	$9 + 2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{13} + \sqrt{2}}{11}$	112	81

## 四、混合題

1.	2.
(C)	$-3 \leq x \leq 5 \Rightarrow  x - 1  \leq 4$ $\Rightarrow  -3x + 3  \leq 12 \Rightarrow a = -3, b = 12$