

新莊高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、是非題 (每題 2 分, 共 8 分)

- () 1. $10^{\sqrt{(\log 5)^2 - 2 \log 5 + 1}} = 2$
- () 2. $|2x - 1| \geq x - 5$ 有 7 個整數解
- () 3. 若 a 為非 0 實數, 則 $a^2 + \frac{2}{a^2} + 2|a| + \frac{1}{|a|}$ 有最小值 $4\sqrt{2}$
- () 4. 以計算機依序按 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{\sqrt{\quad}}$ 、 $\boxed{\sqrt{\quad}}$ 、 $\boxed{\sqrt{\quad}}$, 所得到的結果為 $2^{\frac{1}{8}}$

二、單選題 (每題 4 分, 共 4 分)

- () 1. 科學上, 放射性物質的半衰期 T 定義為: 每經過時間 T , 該物質的質量會衰退為原來的一半, 稱為半衰期。今有兩種放射性物質 A 、 B , 開始紀錄時容器中物質 A 的質量為物質 B 的 4 倍, 而 150 小時後兩種物質的質量相同。已知物質 B 的半衰期為 7.5 小時, 請問物質 A 的半衰期最接近幾小時?
- (1) 9.1 小時 (2) 8.3 小時 (3) 7.5 小時 (4) 6.8 小時 (5) 5.9 小時

三、多選題 (每題 6 分, 共 36 分, 6-4-2-0)

- () 1. 有關常用對數的敘述, 下列選項哪些正確?
- (1) 常用對數值增加 1, 則原始值變為 10 倍 (2) 若 $\log a = 5.6$, 則 a 為五位數
- (3) 若 $\log a = -5.6$, 則 a 在小數點後第六位開始有不為 0 的數字
- (4) 若 $\log(\log a) = 3$, 則 a 為 1000 位數 (5) 若 $\log a = 2.6$, 若 $\log b = -2.6$, 則 a 是 b 的 10000 倍
- () 2. 有關下列各數的大小關係, 請選出正確的選項。
- (1) $\sqrt{113} - \sqrt{111} < \sqrt{114} - \sqrt{112}$ (2) $5^{\frac{1}{2}} < 11^{\frac{1}{3}}$ (3) $2^{3.71} + 2^{2.29} > 2^4$
- (4) $10^{1.8} - 10^{1.6} > 10^{1.4} - 10^{1.2}$ (5) $\log 5 - \log 4 > \log 4 - \log 3$
- () 3. 下列敘述請選出正確的選項。
- (1) $(-3)^{-2}$ 之值無意義 (2) 若 $10^a = 17$, 則 $10^{\sqrt{a}} = \sqrt{17}$
- (3) $\sqrt{12345}$ 可寫成 10 的某個次方 (4) 若 $x = 1.3 \times 10^8$, 則 $\frac{1}{x} = 1.3 \times 10^{-8}$
- (5) 科學記號 1.80×10^4 的有效數字為三位
- () 4. 下列敘述請選出正確的選項。
- (1) $0.\bar{4} + 0.\bar{6} = 1$ (2) 若 $|a| < b$, 則 $a^2 < b^2$
- (3) 若 $a < b$, 則 $a < \frac{3a+b}{5} < \frac{a+3b}{5} < b$ (4) a^4 是有理數, 且 a^8 是有理數, 則 a^2 也是有理數
- (5) 設 a 、 b 為有理數, x 、 y 為無理數, 且 $a + x = b + y$, 則 $a = b$ 且 $x = y$
- () 5. 已知 $9^x = 2 - \sqrt{3}$, 請選出正確的選項。
- (1) $9^x - 9^{-x} = 2\sqrt{3}$ (2) $3^x + 3^{-x} = \sqrt{6}$ (3) $27^x + 27^{-x} = 5\sqrt{6}$
- (4) $81^x + 81^{-x} = 10$ (5) $\frac{27^x - 3^{-x+1}}{3^x + 27^{-x}} = 1 - \sqrt{3}$
- () 6. 已知實數 x 、 y 滿足 $|2x - 1| \leq 5$ 且 $x - y = 4$, 則下列哪些選項是正確的?
- (1) $-4 \leq x \leq 6$ (2) $\frac{1}{6} \leq \frac{1}{y} \leq 1$ (3) $-3 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{1}{3}$
- (4) $-4 \leq xy \leq 12$ (5) $16 \leq x^3 - y^3 \leq 208$

四、填充題（每格 5 分，共 40 分）

1. 若方程式 $|x - 7| - 1 = 3|x - 5|$ 的所有解之和為 $\frac{b}{a}$ ，其中 $a、b$ 為互質的自然數，求 $a + b =$ _____。

2. 若 $|ax + 2| \geq b$ 的解為 $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [\frac{8}{3}, \infty)$ ，求 $a + b =$ _____。

3. 一正數 a 的小數部分為 b ，且 b 不為 0，若 $2a + b^2 = 10$ ，則 $a + b =$ _____。

4. $5^5 + 5^4 \times 3 + 5^3 \times 3^2 + 5^2 \times 3^3 + 5 \times 3^4 + 3^5 =$ _____。

5. 已知 $x - y = \sqrt{41 - 3\sqrt{80}}$ 、 $y - z = -3 + \sqrt{5}$ ，試求 $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz = a + b\sqrt{5}$ ，其中 a, b 皆為有理數，求數對 $(a, b) =$ _____。

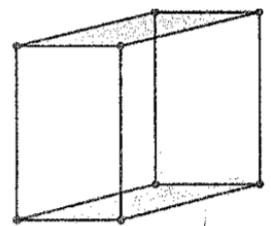
6. $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{27}}{4}} \times (0.5)^{0.5} \times (\sqrt{7} - \sqrt{5})^3 \times (\sqrt{21} + \sqrt{15})^3 \times 5^{1.1\bar{6}} = 2^a \times 3^b \times 5^c$ ，求 $(a + b + c)^2 =$ _____。

7. 設 $x > 0, y > 0, y \neq 1$ ，且 $x^{-\frac{1}{3}}y^2 = 1$ ，則 $\frac{\log x}{\log y} =$ _____。

8. 設實數 x, y 滿足 $5^{2x} = 2^y = \frac{125}{128}$ ，則 $(2x - 3)(y + 7) =$ _____。

五、混合題（共 12 分）

新莊高中數學科團隊想以特殊膠條作為支架，組裝成四角柱的空心教具，用於上課展示（如右示意圖）。其底面（灰色區域）之長比寬多 1 公分，且體積值為底面長的 18 倍，假設底面長為 x 公分，試回答下列問題：



1. 若將此四角柱之周長以 x 表示，應為下列何者？（單選題，3%）

- (1) $\frac{18}{x+1} + 2x + 1$ (2) $\frac{18}{x-1} + 2x - 1$ (3) $\frac{72}{x+1} + 8x + 4$ (4) $\frac{72}{x-1} + 8x - 4$ (5) $\frac{18}{x} + x - 1$

2. 已知特殊膠條售價為每公分 5 元，若不計其它費用，試問完成一個符合條件的四角柱空心教具，最少需花費多少錢？（非選擇題，6%）

3. 承上題，底面長 x 應規劃幾公分，才能以最少花費完成教具。（非選擇題，3%）

新莊高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、是非題

1.	2.	3.	4.
×	○	×	○

二、單選題

1.
(4)

三、多選題

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(3)	(3)(4)	(3)(5)	(2)	(2)(5)
6.				
(3)(4)(5)				

四、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
43	3	$2 + 2\sqrt{3}$	7448	(32, -9)
6.	7.	8.		
65	6	-21		

五、混合題

1.	2.	3.
4	260 元	4