

道明高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題（每題 5 分，共 20 分）

- () 1. 實數 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{6}+1}$ 與下列哪一個選項中的值相等？
 (A) -3 (B) -1 (C) $\sqrt{6}$ (D) 3 (E) -1
- () 2. 若 $n < \log 2022 < n + 1$ ，其中 n 為整數，則 $n =$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- () 3. 下列選項哪一個是錯誤的？
 (A) $(1.\overline{95})^0 = 1$ (B) $5^{-2} = \frac{1}{25}$ (C) $\sqrt[4]{27} = 3^{\frac{3}{4}}$ (D) $\log \sqrt{10} = \frac{1}{2}$ (E) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = \sqrt{5}-3$
- () 4. 試求符合 $3 \leq |x+2| < 6$ 的整數 x 有多少個？
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

二、多選題（每題 10 分，共 20 分，10-6-2-0）

- () 5. 若 x 為實數且 $3^x + 3^{-x} = 5$ ，試判斷下列哪些是正確的？
 (A) 無論 x 為任何數， $3^x > 3^{-x}$ 恆成立 (B) $9^x + 9^{-x} = 23$ (C) $\frac{9^x - 9^{-x}}{3^x - 3^{-x}} = 5$
 (D) $27^x + 27^{-x} = 120$ (E) $\sqrt{3^x} + \sqrt{3^{-x}} = \sqrt{7}$
- () 6. 已知 $|x+2| \leq 3$ 及 $|y-5| \leq 2$ ，試判斷下列哪些是正確的？
 (A) $3 \leq y \leq 7$ (B) $-17 \leq 2x - y \leq -1$ (C) $-15 \leq xy \leq 7$
 (D) $9 \leq x^2 + y^2 \leq 74$ (E) $27 \leq x^3 + y^3 \leq 344$

三、填充題（每格 5 分，共 60 分）

1. 數線上已知兩點 $A(-5)$ 、 $B(10)$ ，若 $P(x)$ 在線段 \overline{AB} 外，且滿足 $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 2$ ，則 $x =$ _____。
2. 設 $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $a + \frac{4}{b} =$ _____。
3. 試求 $9^{-\frac{4}{3}} \times (\frac{64}{81})^{-0.25} \times \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{8}} =$ _____。

4. 若 x, y 皆為正實數且 $xy = 8$ ，試求 $4^x \times 2^y$ 的最小值為 _____。
5. 近幾年許多歌手都會利用影音串流平台來經營個人頻道，並上傳自製影片累積頻道的觀看次數，一般來說每 1000 次的觀看次數大約可以獲得 30 元的頻道收益。日前統計歌唱團體告噯人在影音串流平台有 225000 人訂閱，告噯人發現自己新製影片「在這座都市遺失了你」在發佈的第 (d) 天觀看次數 (N) 兩者關係為 $N = 225000 \times \log(50 - d)$ ，且 $0 \leq d \leq 49$ 。這部影片在第 _____ 天觀算次數開始低於 30 萬。(已知 $\sqrt[3]{10000} = 21.6$)
6. 已知 $\log 3 = 0.4771$ 、 $\log 5 = 0.699$ ，且 15^{40} 為 k 位數，則 $k =$ _____。
7. 試求不等式 $|2x - 1| - 3|x - 2| \leq -2$ 的解為 _____。
8. 設 a, b 均為實數，若 $|5x - a| \leq b$ 所解得的 x 範圍所成區間的長度為 8，則 $b =$ _____。
9. 試比較 $x = \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{12}$ 、 $y = \sqrt{3} + \sqrt{8} + \sqrt{15}$ 、 $z = \sqrt{3} + \sqrt{11} + \sqrt{12}$ 三數的大小關係為 _____。

10. 若 $\frac{4}{2022} < \frac{a}{a+b} < \frac{5}{2022}$ ，試計算 $\frac{b}{a}$ 產生的整數值共有 _____ 個。

11. 設 $\sqrt{10} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \dots}}}$ ，其中 a, b, c, d, \dots 均為正整數，則 $b =$ _____。

12. 試求有 _____ 個整數 x 滿足不等式 $|x - 10| < |x - 60| < |x + 10|$ 。



道明高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高一數學科

一、單選題

1.	2.	3.	4.
(D)	(B)	(E)	(C)

二、多選題

1.	2.
(B)(D)(E)	(A)(B)(D)

三、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
40	$5 + 2\sqrt{2}$	$\frac{1}{24}$	256	29
6.	7.	8.	9.	10.
48	$x \leq 1 \text{ or } x \geq 7$	20	$x > z > y$	101
11.	12.			
6	9			