

# 中山附中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

## 一、多選題（每題 8 分，共 24 分）

( ) 1. 學完三角函數後，老師請五位同學發表所學知識，下列哪些說法是正確的？

(A) 路伊德：「因為  $\pi = 180^\circ$ ，所以  $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ 。」

(B) 約兒：「若  $y = \sin(ax + b)$  之圖形往右平移  $T$  單位後之新圖形可與原圖形重合，則  $T$  即為週期。」

(C) 妮亞：「在  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  時，若  $\sin x = \frac{\pi}{6}$ ，則  $x = \frac{1}{2}$ 。」

(D) 貝琪：「 $y = \sin x$  的圖形和  $y = \cos x$  的圖形形狀相同，但位置不同。」

(E) 建米安：「由平方差公式可得  $\sin(x + y) \sin(x - y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ 。」

( ) 2. 右圖為函數  $y = a \sin bx + k$  的圖形，其中  $a, b > 0$ ， $0 \leq k < 2\pi$ ，下列敘述哪些正確？

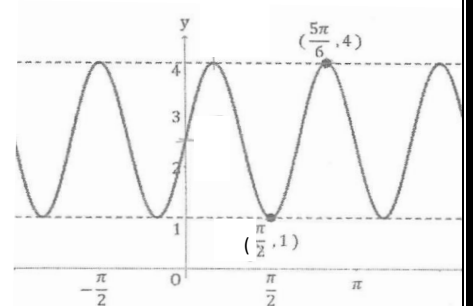
(A)  $a = \frac{3}{2}$

(B)  $b = \frac{1}{3}$

(C)  $k = \frac{5}{2}$

(D) 振幅為 3

(E) 將此函數圖形向左平移  $\frac{2\pi}{3}$  後，會和原圖形重合



( ) 3. 設函數  $f(x) = 3 \sin x - 4 \cos x + 1 = r \sin(x - \theta) + 1$ ，其中  $r > 0$ ， $0 < \theta < 2\pi$ ，若  $x$  為任意實數，則  $f(x)$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，選出下列正確的選項。

(A)  $r = 5$

(B)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

(C)  $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(D)  $M = 6$

(E)  $m = 4$

## 二、填充題（每題 5 分，共 60 分）

1. 將函數  $y = \cos x$  的圖形以  $y$  軸為基準線，水平伸縮為原來的 2 倍，再以  $x$  軸為基準線，鉛直伸縮為原來的 4 倍，並向右平移  $\frac{\pi}{2}$  單位，最後再向上平移 1 單位後，所得圖形的函數為  $y =$ \_\_\_\_\_。

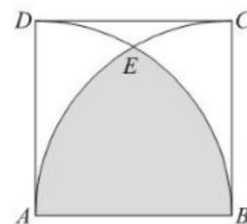
2. 試求  $\cos 110^\circ \sin 80^\circ - \sin 70^\circ \sin 370^\circ =$ \_\_\_\_\_。

3. 若  $\theta = \pi^2$  徑，則  $\theta$  為第\_\_\_\_\_象限角。

4. 設  $a = \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ$ ,  $b = 1 - 2 \sin^2 32^\circ$ ,  $c = 3 \sin 15^\circ - 4 \sin^3 15^\circ$ ,  $d = \sqrt{\frac{1 + \cos 136^\circ}{2}}$ , 則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為\_\_\_\_\_。(答案以  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  來表示)

5. 有一扇型的半徑為  $r$ , 圓心角為  $\theta$ , 若此扇形的周長為 20, 面積為 24, 則數對  $(r, \theta) =$ \_\_\_\_\_。

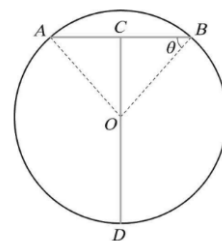
6. 如右圖, 正方形  $ABCD$  的邊長為 5, 分別以  $A$  和  $B$  為圓心, 5 為半徑畫圓弧, 兩弧交於  $E$  點, 則陰影區域面積為\_\_\_\_\_。



7. 在  $0 \leq x < 2\pi$  的範圍內, 求方程式  $\sin 2x = \sin x$  的解為  $x =$ \_\_\_\_\_。

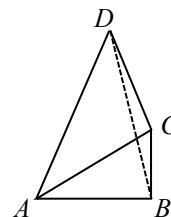
8. 設  $-10\pi \leq x \leq 10\pi$ , 則方程式  $\tan x + x = 0$  共有\_\_\_\_\_個解。

9. 某景點內有一半徑 30 公尺的圓形池塘，池塘內有美麗的荷花與錦鯉。為了讓遊客方便觀賞，打算在池塘上建造一座 T 字型木橋（如右圖）。試求這座木橋總長  $\overline{AB} + \overline{CD}$  最長是\_\_\_\_\_公尺。



10.  $(\sqrt{3} \tan 50^\circ - 1) \times \cos 20^\circ =$ \_\_\_\_\_。

11. 如右圖，設  $\triangle ABC$  和  $\triangle ACD$  為直角三角形，已知  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ ，且  $\angle CAB = \angle DAC$ ，若  $\triangle ABC$  面積為 12，求  $\triangle ABD$  面積=\_\_\_\_\_。



12. 設  $x$  為任意實數，求  $\sin^6 x + \cos^6 x$  的最小值 =\_\_\_\_\_。

三、計算題（共 16 分，需詳列計算過程否則不給分）

1. 已知函數  $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 - 2(\sin x + \cos x) + 3$ ， $0 \leq x < 2\pi$ ，試回答下列問題：
- (1) 令  $t = \sin x + \cos x$ ，則  $t$  的範圍為？（6 分）
  - (2) 若當  $x = \theta$  時， $y = f(x)$  有最大值為  $M$ ，求  $\theta$  和  $M$  分別為多少？（10 分）

中山附中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題

1.	2.	3.
(A)(D)(E)	(A)(C)(E)	(A)(C)(D)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$y = 4 \cos(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}) + 1$	$-\frac{1}{2}$	$\equiv$	$c > b > d > a$	$(4, 3) \text{ or } (6, \frac{4}{3})$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{100\pi - 75\sqrt{3}}{12}$	$0 \text{ or } \frac{\pi}{3} \text{ or } \pi \text{ or } \frac{5\pi}{3}$	21	$30 + 30\sqrt{5}$	1
11.	12.			
24	$\frac{1}{4}$			

三、計算題

1.(1)	1.(2)
$-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$	$\theta = \frac{5}{4}\pi, M = 5 + 2\sqrt{2}$