

中山附中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

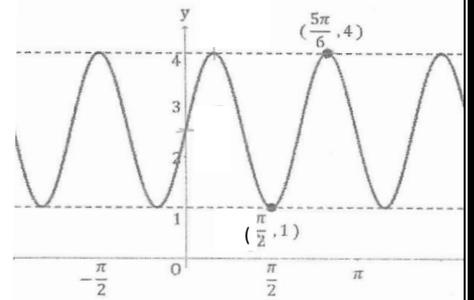
一、多選題 (每題 8 分, 共 24 分)

() 1. 學完三角函數後, 老師請五位同學發表所學知識, 下列哪些說法是正確的?

- (A) 路伊德:「因為 $\pi = 180^\circ$, 所以 $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ 。」
- (B) 約兒:「若 $y = \sin(ax + b)$ 之圖形往右平移 T 單位後之新圖形可與原圖形重合, 則 T 即為週期。」
- (C) 妮亞:「在 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 時, 若 $\sin x = \frac{\pi}{6}$, 則 $x = \frac{1}{2}$ 。」
- (D) 貝琪:「 $y = \sin x$ 的圖形和 $y = \cos x$ 的圖形形狀相同, 但位置不同。」
- (E) 建米安:「由平方差公式可得 $\sin(x + y) \sin(x - y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ 。」

() 2. 右圖為函數 $y = a \sin bx + k$ 的圖形, 其中 $a, b > 0, 0 \leq k < 2\pi$, 下列敘述哪些正確?

- (A) $a = \frac{3}{2}$ (B) $b = \frac{1}{3}$ (C) $k = \frac{5}{2}$ (D) 振幅為 3
- (E) 將此函數圖形向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 後, 會和原圖形重合



() 3. 設函數 $f(x) = 3 \sin x - 4 \cos x + 1 = r \sin(x - \theta) + 1$, 其中 $r > 0, 0 < \theta < 2\pi$, 若 x 為任意實數, 則 $f(x)$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 選出下列正確的選項。

- (A) $r = 5$ (B) $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ (C) $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$ (D) $M = 6$ (E) $m = 4$

二、填充題 (每題 5 分, 共 60 分)

1. 將函數 $y = \cos x$ 的圖形以 y 軸為基準線, 水平伸縮為原來的 2 倍, 再以 x 軸為基準線, 鉛直伸縮為原來的 4 倍, 並向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位, 最後再向上平移 1 單位後, 所得圖形的函數為 $y =$ _____。

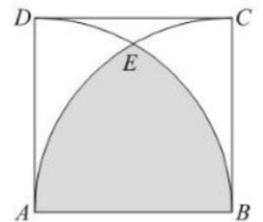
2. 試求 $\cos 110^\circ \sin 80^\circ - \sin 70^\circ \sin 370^\circ =$ _____。

3. 若 $\theta = \pi^2$ 徑, 則 θ 為第_____象限角。

4. 設 $a = \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ$, $b = 1 - 2 \sin^2 32^\circ$, $c = 3 \sin 15^\circ - 4 \sin^3 15^\circ$, $d = \sqrt{\frac{1 + \cos 136^\circ}{2}}$, 則 a 、 b 、 c 、 d 的大小關係為_____。(答案以 a 、 b 、 c 、 d 來表示)

5. 有一扇型的半徑為 r , 圓心角為 θ , 若此扇形的周長為 20, 面積為 24, 則數對 $(r, \theta) =$ _____。

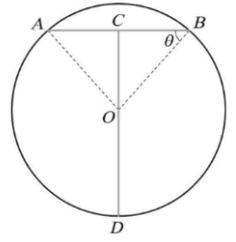
6. 如右圖, 正方形 $ABCD$ 的邊長為 5, 分別以 A 和 B 為圓心, 5 為半徑畫圓弧, 兩弧交於 E 點, 則陰影區域面積為_____。



7. 在 $0 \leq x < 2\pi$ 的範圍內, 求方程式 $\sin 2x = \sin x$ 的解為 $x =$ _____。

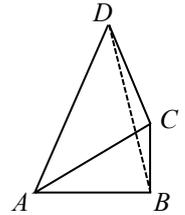
8. 設 $-10\pi \leq x \leq 10\pi$, 則方程式 $\tan x + x = 0$ 共有_____個解。

9. 某景點內有一半徑 30 公尺的圓形池塘，池塘內有美麗的荷花與錦鯉。為了讓遊客方便觀賞，打算在池塘上建造一座 T 字型木橋（如右圖）。試求這座木橋總長 $\overline{AB} + \overline{CD}$ 最長是_____公尺。



10. $(\sqrt{3} \tan 50^\circ - 1) \times \cos 20^\circ =$ _____。

11. 如右圖，設 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 為直角三角形，已知 $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ ，且 $\angle CAB = \angle DAC$ ，若 $\triangle ABC$ 面積為 12，求 $\triangle ABD$ 面積=_____。



12. 設 x 為任意實數，求 $\sin^6 x + \cos^6 x$ 的最小值 =_____。

三、計算題（共 16 分，需詳列計算過程否則不給分）

1. 已知函數 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 - 2(\sin x + \cos x) + 3$ ， $0 \leq x < 2\pi$ ，試回答下列問題：
- (1) 令 $t = \sin x + \cos x$ ，則 t 的範圍為？（6 分）
 - (2) 若當 $x = \theta$ 時， $y = f(x)$ 有最大值為 M ，求 θ 和 M 分別為多少？（10 分）

中山附中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題

1.	2.	3.
(A)(D)(E)	(A)(C)(E)	(A)(C)(D)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$y = 4 \cos(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}) + 1$	$-\frac{1}{2}$	\equiv	$c > b > d > a$	$(4, 3) \text{ or } (6, \frac{4}{3})$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{100\pi - 75\sqrt{3}}{12}$	$0 \text{ or } \frac{\pi}{3} \text{ or } \pi \text{ or } \frac{5\pi}{3}$	21	$30 + 30\sqrt{5}$	1
11.	12.			
24	$\frac{1}{4}$			

三、計算題

1.(1)	1.(2)
$-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$	$\theta = \frac{5}{4}\pi, M = 5 + 2\sqrt{2}$