

台南一中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題（每題 5 分，共 10 分）

- () 1. 若已知 $\sin 39^\circ \approx 0.63$ ，則下列選項中哪一個數值最接近 $\sin(-1992^\circ)$ ？
(A) 0.21 (B) 0.23 (C) 0.25 (D) 0.27 (E) 0.29
- () 2. 已知 α 為實數，且 $\sin \alpha = \alpha + 1$ ，則下列何者正確？
(A) $\cos \alpha < \sin \alpha < \tan \alpha$ (B) $\cos \alpha < \tan \alpha < \sin \alpha$ (C) $\tan \alpha < \sin \alpha < \cos \alpha$
(D) $\sin \alpha < \tan \alpha < \cos \alpha$ (E) $\sin \alpha < \cos \alpha < \tan \alpha$

二、填充題（每格 5 分，共 90 分）

1. 單位圓的外切正八邊形的面積為_____。
2. 已知 $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$ ，且 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $\cos^3 \theta - \sin^3 \theta =$ _____。
3. 已知 $\frac{4\pi}{3} \leq x \leq \frac{11\pi}{3}$ ，若 $\cos \frac{x}{2}$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，則數對 $(a, b) =$ _____。
4. 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則滿足不等式 $\sin(2x - \frac{x}{4}) \geq \frac{1}{2}$ 的 x 值之區間長度為_____。
5. 已知 $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ，函數 $f(x) = \frac{3 \tan x + 5}{\tan x + 1}$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 α ，最小值為 β ，則數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

6. 已知 $0 < x \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sin(x+y) = \sin \frac{\pi}{5}$ ， $\cos(x-y) = \cos \frac{\pi}{5}$ ，則合於條件數對 $(x, y) =$ _____。

7. 已知 $0 \leq x < 2\pi$ ，則 $f(x) = \sin(x + \frac{7\pi}{18}) + \cos(x + \frac{2\pi}{9})$ 的最大值為_____。

8. 已知 y 軸與直線 $L_1: y = \frac{1}{2}x$ 的銳夾角為 θ ，若直線 $L_2: y = mx$ 平分角 θ ，則 m 之值為_____。

9. 若 $\tan \alpha$ ， $\tan \beta$ 為二次方程式 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的兩個實數解，其中 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$ ，則 $\tan \frac{\alpha+\beta}{2} =$ _____。

10. 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，方程式 $|\sin x| + |\cos x| = 2|\cos 2x|$ 的實數解有_____個。

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 8$ ，今以 A 為圓心， \overline{AB} 為半徑畫弧，此弧交 \overline{AC} 於 D 。若稱在 $\triangle ABC$ 內部且在扇形 BAD 外部的區域為 R ，則區域 R 的面積為_____。

12. 在平面上， $A(5, 12)$ ， $B(12, 5)$ ， $C(x, 0)$ ，其中 $x > 0$ 。則

(1) $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$ 的最大值為_____。(2) 當 $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}$ 的最大值時， $\tan \angle APB$ 之值為_____。

13. 已知 $0 \leq x \leq \pi$ ，函數 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x$

(1) 將 $f(x)$ 表成 $f(x) = A \sin(2x + B) + C$ ，其中 A, B, C 為定實數，則序組 $(A, B, C) =$ _____。

(2) 若 $f(x)$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____。

(3) 若方程式 $f(x) = k$ 有兩個相異實數解，則 k 的範圍為 = _____。

三、計算題（每題 5 分，共 10 分）

1. 若令 $x = \sin \theta$ ，試將 $\sin 5\theta$ 表成 x 的多項式。（降次排列）（5 分）

2. 利用 1. 小題的結果，試求 $\cos 666^\circ$ 之值。（5 分）

台南一中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、單選題

1.	2.
(A)	(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$8\sqrt{2}-8$	$\frac{5\sqrt{7}}{16}$	$(\frac{\sqrt{3}}{2}, -1)$	$\frac{2}{3}\pi$	$(6-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$
6.	7.	8.	9.	10.
$(\frac{3}{10}\pi, \frac{1}{2}\pi)$	1	$\sqrt{5}-2$	$\sqrt{2}+1$	4
11.	12.(1)	12.(2)	13.(1)	13.(2)
$6\sqrt{3}-\frac{3}{2}\pi$	8	$\frac{7}{17}$	$(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2})$	$(\frac{1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1-\sqrt{2}}{2})$
13.(3)				
$\frac{1-\sqrt{2}}{2} < k < \frac{1+\sqrt{2}}{2}$, 且 $k \neq \frac{1}{2}$				

三、計算題

1.	2.
$\sin 5\theta = 16x^5 - 20x^3 + 5x$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$