

台南二中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題（每題 6 分，共 24 分，6-4-2-0）

() 1. 已知 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ，且 $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，則下列何者正確？

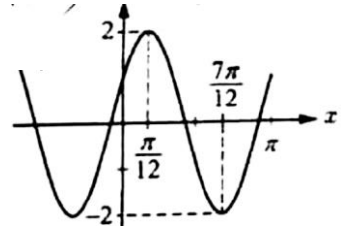
- (A) $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ (B) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \frac{4}{5}$ (C) $\sin 2\theta = \frac{7}{25}$ (D) $\sin 3\theta = \frac{44}{125}$ (E) $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

() 2. 下列各函數中，何者是週期函數且週期為 π ？

- (A) $y = \sin \frac{x}{2}$ (B) $y = \cos(-2x)$ (C) $y = 2 \tan x$ (D) $y = |\sin x|$ (E) $y = 1 - 3 \cos^2 x$

() 3. 右圖為函數 $y = a \sin(bx + c)$ 的圖形，其中 $a, b > 0$ ， $0 \leq c < 2\pi$ ，下列敘述何者正確？

- (A) $a = 2$ (B) $b = \frac{1}{2}$ (C) $c = \frac{\pi}{3}$
 (D) 將函數 $y = 2 \sin 2x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位所得圖形與右圖形重合
 (E) 右圖亦為函數 $y = 2 \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ 的圖形



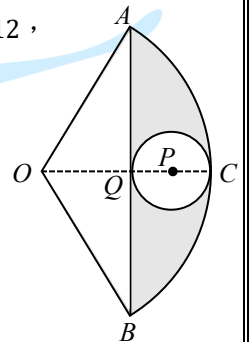
() 4. 有關函數 $y = f(x) = \cos x + \sin x$ 的敘述，下列何者正確？

- (A) $f(x)$ 的週期是 2π (B) $f(x)$ 的振幅是 2 (C) 直線 $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的對稱軸
 (D) 函數 $f(x) = -1$ 沒有實數解 (E) 函數 $f(x)$ 的圖形對稱於點 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$

二、填充題（共 63 分）

1. $\sin \frac{5\pi}{6} \cdot \sin(-\frac{7\pi}{6}) + \cos \frac{11\pi}{3} \cdot \tan \frac{3\pi}{4} \cos \pi = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如右圖，扇形 $O-ABC$ 中， C 是 \widehat{AB} 的中點，弓形 ABC 的內切圓的圓心為 P 。已知 $\overline{OA} = \overline{OB} = 12$ ，弧長 $\widehat{AB} = 8\pi$ ，則鋪色面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

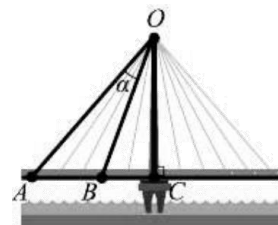


3. 設 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 且 $-\sqrt{3} \leq \tan x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求 x 的範圍 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 方程式 $x - 5 \sin 2x = 0$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個實數解。

5. 設 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, 且 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, $\tan \beta = \frac{12}{5}$ 。試求 $\cos(\alpha - \beta) =$ _____。

6. 一座斜張橋如圖。已知 $\overline{OC} = 80$ 公尺, $\overline{AC} = 60$ 公尺, $\overline{BC} = 24$ 公尺, 則 $\tan \alpha =$ _____。



7. 已知 $\triangle ABC$ 滿足 $4 \sin A + \sin B = 3$, 且 $4 \cos A - \cos B = 1$, 則 $\cos C =$ _____。

8. 設 $0 \leq x \leq \pi$, 則 $y = 4 \sin x - 3 \cos x + 5$ 的最小值為_____。

9. 已知 $180^\circ < x < 270^\circ$ 且 $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 2 \sin 2022^\circ$, 則 $x =$ _____。

10. 已知 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $y = 2 \sin^2 x + 2 \cos x - 3$, 若 y 的最大值為 α 最小值為 β , 實數對 $(\alpha, \beta) =$ _____。

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 2\angle C$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，求 $\overline{AC} =$ _____。

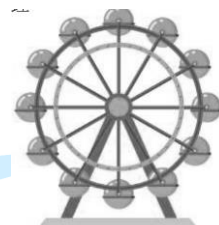
12. 有一個圓形水池，圓心在 $(0,0)$ ，半徑為 5 ，夏荷和秋菊同時從點 $(5,0)$ 出發，夏荷逆時針繞水池散步，秋菊順時針繞水池跑步且速率是夏荷的 2 倍。若當夏荷初到點 $(4,-3)$ 時，則秋菊跑到點 (a,b) ，求點 $(a,b) =$ _____。

三、混合題（共 13 分）

1. 遊樂區中有一圓形摩天輪，逆時針方向運轉一圈需時 18 分鐘。當摩天輪開始運轉時，甲車恰在離地最近的位置上，若 x 分鐘後，甲車廂離地的高度 y （公尺）可表為 $y = 30 \sin(bx - \frac{\pi}{2}) + 32$ ，其中 b 是正數。

(1) $b =$ _____。(2分)

(2) 怡姍坐在甲車廂且只坐一圈，要在離地 47 公尺以上的高空錄影，則她需要開始運轉後 a 分鐘到 b 分鐘之間拍攝，試問區間 $[a,b]$ 的最大範圍_____。(用區間表示)(4分)



2. 設 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin(x + \frac{\pi}{6}) - 4 \sin x$

(1) 將函數表示成 $f(x) = r \sin(x + \theta)$ 的形式，其中 $r > 0$ 。_____。(4分)

(2) 若 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，則 $x =$ _____時， $f(x)$ 有最大值_____。(3分)

台南二中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題

1.	2.	3.	4.
(A)(C)	(B)(C)(D)(E)	(A)(C)(D)(E)	(A)(E)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$\frac{5}{4}$	$39\pi - 36\sqrt{3}$	$-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$	7	$-\frac{33}{65}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{18}{49}$	$-\frac{7}{8}$	2	258°	$(-\frac{1}{2}, -1)$
11.	12.			
6	$(\frac{7}{5}, \frac{24}{5})$			

三、混合題

1.(1)	1.(2)	2.(1)	2.(2)
$\frac{\pi}{9}$	$[6, 12]$	$2 \sin(x + \frac{2\pi}{3})$	$x = 0$ 時， $f(x)$ 有最大值 $\sqrt{3}$