

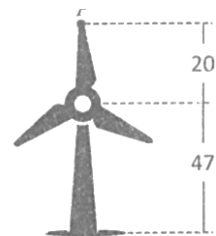
岡山高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多選題 (每題 4 分, 共 12 分, 4-2-0)

() 1. 下列選項哪些是正確的?

- (A) π^2 是第三象限角 (B) $y = \sin \frac{x}{2}$ 圖形的週期是 π (C) $y = \sin x$ 與 $y = \sin 2x$ 有相同的最大值
(D) $\cos 100^\circ = \sqrt{\frac{1+\cos 200^\circ}{2}}$ (E) $y = \sin x + \cos x$ 的最大值為 2

() 2. 風力電機的三個葉片長度皆為 20 公尺, 其旋轉中心離地面 47 公尺, 如右圖所示, P 點為某葉片的頂端且逆時針方向旋轉一圈需 3 秒鐘。當風力發電機開始運轉時, P 點恰在離地最高的位置上, x 秒後, P 點離地的高度 y (公尺) 可表示為 $y = a \sin bx + c$, 其中 a 與 b 都是正數。下列選項哪些是正確的?



- (A) $a = 67$ (B) $b = \frac{2\pi}{3}$ (C) $c = 27$ (D) 週期為 6 (E) y 的最小值為 27

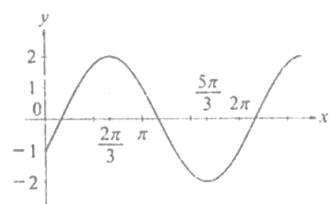
() 3. 關於函數 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - 3 \cos x$ 的圖形, 下列選項哪些是正確的?

- (A) 週期為 π (B) 振幅是 2 (C) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0, -3)$
(D) $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ (E) 當 $x = \pi$ 時, $f(x)$ 有最大值 3

二、填充題 (每題 5 分, 共 80 分)

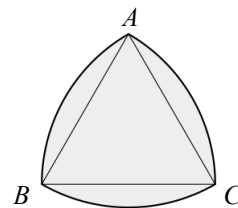
1. 將函數 $y = \sin x$ 的圖形向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位, 再向上平移 3 單位後, 所得為函數 $y = \sin(x + h) + k$ 的圖形, 試求數對 $(h, k) =$ _____。

2. 右圖是函數 $y = a \sin x + b \cos x$ 圖形的一部分, 則此函數的週期為 _____。



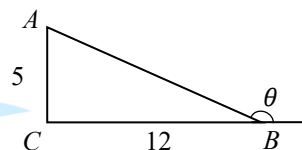
3. 有一直角三角形的斜邊長為 6, 此直角三角形其中一個內角為 22.5° , 則此直角三角形的面積為 _____。

4. 如右圖， $\triangle ABC$ 是邊長為 2 的正三角形，分別以 A 、 B 、 C 為圓心，三角形的邊長為半徑，作圓弧 \widehat{BC} 、 \widehat{CA} 、 \widehat{AB} 。試求圓弧所圍成的面積為_____。

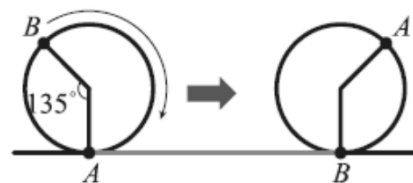


5. 若 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，則 $\cos(\theta - \frac{\pi}{3}) =$ _____。

6. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B$ 的外角為 θ ，若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則 $\sin \frac{\theta}{2} =$ _____。

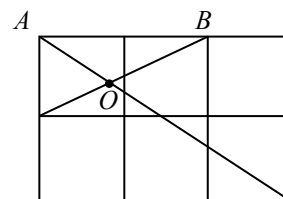


7. 如右圖，設半徑為 60 公分的車輪上有 A 、 B 兩點，且 \widehat{AB} 所對的圓心角為 135° 。將車輪的 A 點置於地面，開始往右滾動；當車輪的 B 點第一次接觸地面時停止，如右圖所示，問此時車輪前進的距離為_____公分。



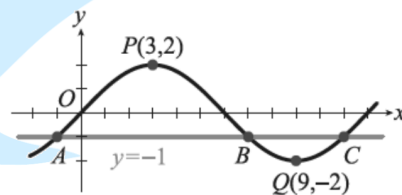
8. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若 $\cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，試求 x 的範圍為_____。

9. 將六個大小相同的正方形排成如右圖所示，試求 $\tan \angle AOB =$ _____。



10. 在 $0 \leq x \leq \pi$ 的範圍內，若函數 $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 最大值為 M ，最小值為 m ，數對 $(M, m) =$ _____。

11. 如右圖，已知 $a > 0, b > 0$ ，函數 $y = a \sin bx$ 的圖形通過最高點 $P(3, 2)$ 及最低點 $Q(9, -2)$ ，且與直線 $y = -1$ 交於 A, B, C 三點，則 $\triangle PAC$ 的面積為 _____。

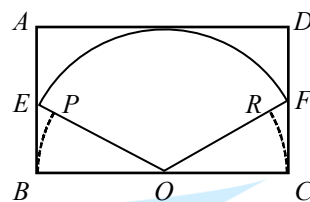


12. 方程式 $\sin x = -\frac{1}{3}$ 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內實數解的總和為 _____。

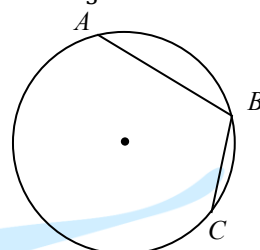
13. 設 $0 \leq \theta \leq \pi$ ，若 $\sin \theta = \cos \frac{\theta}{2}$ ，試求 $\theta =$ _____。

14. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，且 α, β 為方程式 $\sin x - \sqrt{3}\cos x - 1 = 0$ 的兩解，試求 $\tan(\alpha + \beta) =$ _____。

15. 小明發明了一種兩段式雨刷，號稱可以讓駕駛者在雨天開車時，視線零死角。假設一般汽車的擋風玻璃為長方形，而特殊雨刷的裝置示意圖如右。 $\overline{BC} = 40\sqrt{3}$ ， $\overline{OE} = \overline{OF} = 40$ 公分， O 點為 \overline{BC} 中點，扇形 OEF 是大雨刷可以刷到的區域，而隱藏式的小雨刷，則能夠在大雨刷碰到 E, F 點時，同時刷到扇形 OPB 和扇形 ORC 的區域。下雨天時，雨刷則不斷地反覆清潔玻璃，讓駕駛人能清楚地辨識路況。試問大小雨刷能刷出的總面積為 _____ 平方公分。



16. 如右圖，圓半徑 3， B 是圓周上一定點，且 A, C 是圓周上異於 B 點的兩相異動點。若 $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ ，則 $3\overline{AB} + 4\overline{BC}$ 的最大值為 _____。



三、混合題

銳角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 分別是三個內角。

(1) 證明 $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \times \tan B \times \tan C$ 。

(2) 若 $\tan A, \tan B, \tan C$ 成等差數列，則 $\tan A \times \tan C =$ _____。

岡山高中 111 學年度 第一學期 第一次段考 高二數學科(A 卷)

一、多擇題

1.	2.	3.
(A)(C)	(B)(E)	(C)(D)

二、填充題

1.	2.	3.	4.	5.
$(-\frac{\pi}{2}, 3)$	2π	$\frac{9\sqrt{2}}{2}$	$2\pi - 2\sqrt{3}$	$\frac{-4 + 3\sqrt{3}}{10}$
6.	7.	8.	9.	10.
$\frac{5\sqrt{26}}{26}$	75π	$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$	$-\frac{7}{4}$	$(2, -1)$
11.	12.	13.	14.	15.
18	3π	$\frac{\pi}{3}$ or π	$-\sqrt{3}$	$\frac{2200\pi}{3}$
16.				
$6\sqrt{13}$				

三、混合題

(1)	(2)
$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C$ $\therefore \tan(A + B) = \tan(180^\circ - \angle C)$ $\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\tan C$ $\tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \tan B \tan C$ 故 $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$	承 (1) . $\because \tan A, \tan B, \tan C$ 成等差 $\therefore \tan A + \tan C = 2 \tan B$ $\Rightarrow 3 \tan B = \tan A \tan B \tan C$ 又 $\tan B \neq 0$, 故 $\tan A \tan C = 3$